



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
Resumen de la Unidad:	En esta unidad, el estudiante explorará el uso de matrices. Representará e interpretará datos en matrices, desarrollará propiedades para computar matrices y las utilizará para resolver ecuaciones lineales.
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
<p>PE1 ¿Cómo pueden usarse las matrices para expresar y discutir problemas que surgen en la vida real diaria? CD1 Las matrices nos permiten resolver situaciones complejas.</p> <p>PE2 ¿Por qué se utilizan las matrices para representar datos? CD2 Las matrices son una forma útil de abordar y resolver muchos tipos de problemas.</p> <p>PE3 ¿De qué forma son universales las propiedades y las operaciones? CD3 Las matrices pueden ser usadas en maneras diferentes a entender y resolver muchos tipos de problemas.</p>	
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
T1. Los estudiantes saldrán del curso con la capacidad de utilizar su conocimiento sobre matrices para interpretar, hacer modelos y resolver problemas lineales complejos.	
<i>El estudiante adquiere destrezas para...</i>	
<p>A1. Representar datos en una matriz.</p> <p>A2. Utilizar la representación de matrices de ecuaciones lineales para resolver problemas de dos y tres ecuaciones lineales.</p> <p>A3. Verificar las propiedades de las matrices.</p> <p>A4. Sumar, sustraer y multiplicar matrices.</p>	
Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)	
Estándar de Numeración y Operación	
9.N.1.1	Usa las propiedades para entender y resolver problemas de varios pasos; escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente; escoge e interpreta la escala y el origen en gráficas y al representar datos.
9.N.1.2	Aplica y explica cómo extender las propiedades de los exponentes enteros a los exponentes racionales, utilizando la notación de radicales en términos de exponentes racionales (ej., definimos $5^{1/3}$ como la raíz cúbica de 5 porque queremos que $(5^{1/3})^3 = 5$ sea válido).



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

(+)9.N.2.1	Representa datos categorizados en dos variables en una matriz y rotula las filas y columnas. Interpreta el significado de una entrada particular de una matriz en términos de los contextos. <ul style="list-style-type: none">• Utiliza las matrices para analizar datos.• Reconoce las matrices como sistemas que tienen algunas propiedades de los números reales.• Desarrolla las propiedades de suma de matrices; suma y resta matrices para resolver problemas.• Juzga la razonabilidad de los cálculos con matrices.
Estándar de Álgebra	
(+)9.A.3.1	Verifica las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.
(+)9.A.3.2	Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones del vida diaria, y representa el sistema como una ecuación matricial ($Ax = B$).
(+)9.A.3.3	Resuelve un sistema que consiste de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, solucionando la ecuación matricial $Ax = B$, y hallar $x = A^{-1} B$ utilizando tecnología.
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad 9.7: Matrices

Matemáticas

3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)		ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)	
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: (+)9.N.2.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A3/A4</p>	<ul style="list-style-type: none"> Como representar datos categorizados en dos variables en una matriz y etiquetar las filas y las columnas. Como interpretar el significado de un input particular de la matriz en términos de contexto. Como usar matrices para analizar datos. Como reconocer las matrices como sistemas que tienen propiedades de números reales. Como desarrollar la suma de las propiedades de las matrices. Como agregar y sustraer matrices para resolver problemas. Como juzgar la razonabilidad de los 	<p>Sentido numérico y Operaciones y estimados</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificar las filas y columnas en una matriz. Identificar datos en una matriz Indicar las dimensiones de una matriz Representar y organizar datos en una matriz. Interpretar y analizar datos dada una matriz. Describir las propiedades de una matriz. 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección “Tareas de desempeño” al final de este mapa.</i></p> <p>El Club Booster</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta tarea los estudiantes crearán matrices para objetos que están a la venta en la tienda de la escuela y en juegos. (ver abajo) 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <p style="text-align: center;"> $I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ </p> <ul style="list-style-type: none"> Agregar matriz $I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ a cada una de las siguientes matrices. <p style="text-align: center;"> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 7 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -3 & -2 \\ -5 & -4 & -3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & -4 & 8 \\ -2 & 9 & 0 \end{bmatrix}$ </p> <p>(Fuente: http://www.etap.org/demo/algebra2/alg2l1_2.pdf)</p> <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Dado, $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$; determine si las siguientes proposiciones son verdaderas: $AB = BA$ $(AB)C = A(BC)$ ¿Cuál es el inverso de la matriz A? Matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ <p>(Fuente: http://www.doe.k12.de.us/aab/Mathematics/Mathematics_docs_folder/DE_CCSS_Math_9-12.pdf)</p>	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Matrices</p> <ul style="list-style-type: none"> Matrices – Concreto, Simbólico, & Abstracto: (ver anejo: “9.7 Actividad de Aprendizaje– Matrices Concretos, Simbólicos y Abstractos). <p>Ejemplo 1 para planes de la lección: Introducción a las matrices</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes usan una tabla para organizar la información relacionada con el costo de materiales al por mayor para el Club Booster. Esta actividad es relacionada con la tarea de desempeño “El Club Booster” (ver abajo)



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
	cálculos con matrices.			<p><i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i> Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. • Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. • Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____. 	



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Coeficiente • Columna • Constante • Dimensiones • Elemento • Input • Inverso • Matriz/matrices 	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades • Números reales • Filas • Escalar • Variable • Matriz fila • Matriz columna • Matriz cuadrada 				



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)																								
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección																								
<p>PRCS: (+)9.N.2.1 9.N.1.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A3/A4</p>	<ul style="list-style-type: none"> La categorización de datos en dos variables de una matriz y etiquetar filas y columnas. El significado de un input particular de una matriz en términos del contexto. Cómo usar las matrices para analizar datos Las matrices como sistemas que tienen propiedades de números reales. Las propiedades de la suma de matrices. Cómo agregar y sustraer matrices para resolver problemas. Como usar unidades como una manera de entender problemas y para guiar la solución de problemas de múltiples pasos. 	<p>Sentido numérico y Operaciones y estimados</p> <ul style="list-style-type: none"> Representar datos de dos variables en una matriz y rotular las filas y columnas. Interpretar el significado de una entrada particular de una matriz en términos del contexto. Utilizar las matrices para analizar datos. Reconocer las matrices como sistemas que tienen algunas de las propiedades de los números reales. Desarrollar las propiedades de 	<p>Tareas de desempeño</p>	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Use los datos de la tabla para crear dos matrices, una para el alquiler de DVD en la tienda Video City, C, y una para la tienda Radio Shack, N. Después consiga C+N. <div style="text-align: center;"> <p>Video City</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>ENERO</th> <th>FEBRERO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Comedia</td> <td>1,250</td> <td>1,340</td> </tr> <tr> <td>Drama</td> <td>1,893</td> <td>2,455</td> </tr> <tr> <td>Otros</td> <td>2,388</td> <td>3,674</td> </tr> </tbody> </table> <p>Radio Shack</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>ENERO</th> <th>FEBRERO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Comedia</td> <td>985</td> <td>1,020</td> </tr> <tr> <td>Drama</td> <td>1,987</td> <td>1,765</td> </tr> <tr> <td>Otros</td> <td>1,582</td> <td>2,001</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe cómo las propiedades aditivas y cumulativas trabajan con la matriz de adición. ¿Cómo son diferentes las matrices de las tablas? ¿cómo son similares? <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase 		ENERO	FEBRERO	Comedia	1,250	1,340	Drama	1,893	2,455	Otros	2,388	3,674		ENERO	FEBRERO	Comedia	985	1,020	Drama	1,987	1,765	Otros	1,582	2,001	<p>Matriz vs. hoja de cálculo</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes crearán una matriz de las estadísticas de las victorias y derrotas así como también de los números de goles anotados y los goles en contra de su equipo de fútbol favorito <p>Ejemplo 2 para planes de la lección: Encuesta de datos</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes aprenderán cómo se pueden usar las matrices para mostrar e interpretar datos. Los estudiantes aprenden como las matrices pueden ser usadas para mostrar e interpretar datos en varias carreras.
	ENERO	FEBRERO																											
Comedia	1,250	1,340																											
Drama	1,893	2,455																											
Otros	2,388	3,674																											
	ENERO	FEBRERO																											
Comedia	985	1,020																											
Drama	1,987	1,765																											
Otros	1,582	2,001																											



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
	<ul style="list-style-type: none"> La escala y el origen en gráficos y datos presentados. 	suma de matrices. <ul style="list-style-type: none"> Sumar y restar matrices Juzgar la razonabilidad de los cálculos con matrices. 		anterior. <ul style="list-style-type: none"> Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> Propiedad conmutativa Propiedad asociativa Propiedad de identidad Propiedad del inverso Propiedad aditiva 					



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: (+)9.N.2.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A3/A4</p>	<ul style="list-style-type: none"> Como representar datos categorizados en dos variables en una matriz y etiqueta las filas y las columnas. Como interpretar el significado de un input particular de una matriz Como usar las matrices para analizar datos Como reconocer las matrices como sistemas que tienen propiedades de números reales. Como desarrollar las propiedades de la suma de las matrices. La suma y la resta de matrices para resolver problemas. Como juzgar la razonabilidad de los cálculos de las matrices. 	<p>Sentido numérico y Operaciones y estimados</p> <ul style="list-style-type: none"> Crear matrices para resolver problemas de la vida diaria. Aplicar la suma y resta de matrices para resolver problemas. Explicar si la solución de una matriz es razonable o no lo es. 		<p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Use dos matrices A y B del mismo dimensión para verificar que $A+B=B+A$. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p>Actividad de Aprendizaje: Inventarios</p> <ul style="list-style-type: none"> Se le dará al inventario de estudiantes por lo menos dos conjuntos de datos de dos diferentes tiendas/almacenes y se les pedirá que consigan el total de cada producto (ver abajo). <p>Ejemplo 3 para planes de la lección: Lista de abastecimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes serán capaces de crear y agregar matrices para balancear las finanzas de la tienda (ver abajo).



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
	Vocabulario de Contenido				
	<ul style="list-style-type: none">• Matriz de identidad aditiva.• Propiedad conmutativa• Propiedad asociativa• Propiedad de identidad• Propiedad del inverso				



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá ...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: (+)9.A.3.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A3/A4</p>	<p>Multiplicación</p> <ul style="list-style-type: none"> Como verificar las propiedades de multiplicación de una matriz por un escalar Como usar las propiedades de multiplicación para resolver problemas. 	<p>Sentido numérico y Operaciones y estimados</p> <p>Localización y relaciones espaciales</p> <p>Transformaciones y simetría</p> <ul style="list-style-type: none"> Verificar las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar y utilizar estas propiedades para resolver problemas. Aplicar el concepto de matriz en transformaciones en el plano cartesiano. Aplicar la multiplicación para resolver problemas en contextos reales. 	<p>Las matemáticas como arte</p> <ul style="list-style-type: none"> Se trata de un proyecto individual en que los estudiantes crean una imagen de su predilección en una red de coordenadas y luego usan matrices para transformar su imagen original. (Ver anejo: “9.7 Tarea de Desempeño- Las matemáticas como arte”). 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Halla $2A - B + C$ y $A * B$ dado matrices las A, B, y C: Matriz A $\begin{bmatrix} -7 & 19 & 15 \\ 41 & -63 & 20 \\ 2 & 0 & -8 \end{bmatrix}$ Matriz B $\begin{bmatrix} 23 & 18 & 55 \\ -18 & -47 & 11 \\ 39 & -6 & -8 \end{bmatrix}$ Matriz C $\begin{bmatrix} -4 & 7 & 12 \\ 51 & 9 & 80 \\ 13 & 72 & 8 \end{bmatrix}$ (Fuente: http://www.doe.k12.de.us/aab/Mathematics/Mathematics_docs_folder/DE_CCSS_Math_9-12.pdf) <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Como se multiplican las matrices? Enumera cinco ejemplos de cuando son útiles la multiplicación de matrices. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</p>	<p>Creando hojas de cálculos</p> <ul style="list-style-type: none"> Crea una hoja de cálculo de muestra que incluya muchos ejemplos de multiplicación de matrices. Mientras practican la multiplicación de matrices, diles a los estudiantes que cubran las filas irrelevantes con tiras de papel y que dejen expuestos solo los elementos relevantes. Asegúrate de ejemplificar el ejercicio antes de que los estudiantes comiencen a hacerlo en sus hojas de cálculo. <p>Juego de la matriz que falta</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad los estudiantes llenan blancos en unos matrices (ver anejo: “9.7 Actividad de aprendizaje-Juego de la matriz que falta”)



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
				Use la información para orientar la clase del día. <ul style="list-style-type: none"> • Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. • Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. • Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i> <ul style="list-style-type: none"> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____. 	
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Escalar • Escala de factores • Inverso • Determinante • Matriz de identidad multiplicativa • Propiedad conmutativa • Propiedad asociativa • Propiedad de identidad • Propiedad del inverso 					



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección



Unidad 9.7: Matrices Matemáticas

3 semanas de instrucción

PRCS:

(+)9.A.3.2
(+)9.A.3.3
9.N.1.2

PM:
PM1
PM2
PM3
PM4
PM5
PM6
PM7
PM8

PE/CD:
PE1/CD1
PE2/CD2
PE3/CD3

T/A:
T1/A2

(+) Matrices de ecuación

- Como construir sistema de ecuaciones lineales por modelos de situaciones de la vida diaria.
- Como representar un sistema lineal de una ecuación de matriz ($Ax = B$)
- Como resolver un sistema de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres variables respectivamente.
- Como resolver la matriz de ecuación $Ax=b$, y encontrar $x=A^{-1}b$ usando tecnología.
- La definición del significado de los exponentes racionales que siguen al extender las propiedades de los exponentes enteros.

- Construir un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria
- Representar un sistema de ecuaciones como una ecuación matricial ($Ax = b$).
- Resolver un sistema de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres variables respectivamente.
- Utilizar la representación de matrices de ecuaciones lineales para resolver problemas de dos y tres ecuaciones lineales con y sin tecnología.
- Explicar y aplicar la Regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones y matrices.
- Verificar la razonabilidad de los resultados.
- Aplicar exponentes racionales para resolver problemas.

Justificación gráfica algebraica

- Se te ha pedido que resuelvas un sistema de dos ecuaciones lineales en dos desconocidos por escrito al resolver una matriz de ecuación. No obstante, una vez que hayas escrito la matriz de ecuación, encontraras que la matriz de coeficiente no tiene un inverso. ¿Qué te dice esto del sistema de dos ecuaciones en dos desconocidos? Da una respuesta gráfica y algebraica.

Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta

- Escribe el Sistema de ecuación en forma de matriz: $6x + 1y = 3$ y de $7x + -6y = -9$
- Construye una matriz usando los coeficientes de las variables en los siguientes sistemas de ecuaciones. Después, encuentra el determinante de esta matriz.

$$\begin{matrix} -3x + 5y = -12 \\ -x - 2y = 11 \end{matrix}$$

Encontrar el determinante de (a) $M = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}$, (b)

$$N = \begin{vmatrix} 11 & 5 \\ 6 & 22 \end{vmatrix}$$

Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)

- Crea una matriz de ecuación con las dos siguientes ecuaciones: $3x + 2y = 18$ y $4x - y = 6$. Identifica las dimensiones de cada matriz.
- Evalúa el determinante de cada matriz:

Regla de Cramer

- Esta actividad es un resumen en que los estudiantes definen la regla de Cramer en sus propias palabras y prueban que funciona para resolver sistemas de ecuaciones y matrices. Los estudiantes entonces describen por qué funciona la regla de Cramer (ver anejo: “9.7 Actividad de aprendizaje – Regla de Cramer”).

Ejemplo 4 para planes de la lección: Notas sobre Matrices 2x2

- Los estudiantes usan un organizador gráfico para tomar notas sobre cómo hallar el determinante y la inversa de una matriz 2x2 y cómo usar las matrices para resolver sistemas de ecuaciones (ver anejo: “9.6 Ejemplo para plan de lección – Notas sobre matrices 2x2”).



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

Vocabulario de Contenido			
<ul style="list-style-type: none">• Matriz de ecuación• Matriz de coeficiente• Matriz de variable			



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá ...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
				<p>1. $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$</p> <p>2. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$</p> <p><i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Explica una idea que recuerdes de la clase de ayer. • Dígame una idea que no haya entendido de la tarea para hoy • Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____. 	



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

Nota: Aunque los siguientes libros están dirigidos a estudiantes de la escuela primaria, éstos apuntan a los principios fundamentales de matemáticas los cuales se pueden explorar en todos los niveles. Todo el mundo disfruta que alguien le lea y los estudiantes de la escuela secundaria no son la excepción. Estos libros son una excelente introducción a las unidades de estudio.

- **Dr. Terry Bergeson**
 - *Teaching and Learning Mathematics*
- **Arthur Coxford**
 - *Contemporary Mathematics in Context*
- **Robin Wilson**
 - *Lewis Carroll in Numberland*
- **Tana Hoban**
 - *Dots, Spots, Speckles, and Stripes*

Recursos adicionales

- Provee una buena introducción general a las matrices con un índice fácil de usar: <http://www.ping.be/~ping1339/matr.htm>
- Provee una lista de sitios web que explican y aplican el concepto a otras disciplinas, como la ciencia y la ingeniería: <http://archives.math.utk.edu/topics/linearAlgebra.html>
- Extenso número de hojas de cálculo de matrices para imprimir: <http://edhelper.com/Matrices.htm>
- http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Título III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Club Booster

- Con el fin de recaudar dinero para la escuela, el Club Booster de la escuela secundaria Central ofreció artículos preparados por los miembros para la venta en la tienda de la escuela y en los partidos. Vendieron ositos de peluche vestidos con los colores de la escuela, bolsos, y camisetas decoradas con las insignias de la escuela. Se compraron todos estos artículos al por mayor y se cortaron, cosieron y pintaron las decoraciones que estaban pegados a los artículos en tres diferentes estaciones por los padres de los miembros del club. El costo al por mayor de los osos de peluche fue de \$4.00, cada bolso costo \$3.50 y cada camiseta \$3.25. Los materiales para la decoración costaron \$1.25, para los osos, \$0.90 para los bolsos y \$1.05 para las camisetas. Los padres estimaron que el tiempo para completar los osos de peluches fue de 15 minutos por estación #1, 20 minutos para la estación #2 y 5 minutos para la estación #3. Un bolso requirió 10 minutos en la estación #1, 15 minutos en la estación #2 y 10 minutos en la estación #3. Las camisetas fueron hechas con un diseño por medio de la computadora para cada deporte y tomo 5 minutos en la estación #1, 6 minutos en la estación #2 y 20 minutos en la estación #3.
- Los padres de los miembros del club arreglaron los artículos en tres reuniones diferentes y produjeron 30 osos, 30 bolsos y 45 camisetas en la primera sesión. En la segunda sesión hicieron 15 osos, 25 bolsos, y 30 camisetas y en la tercera sesión se hicieron 30 osos, 35 bolsos y 75 camisetas. Se vendieron cada uno de los osos por \$12.00, a \$10.00 cada bolso y \$10.00 cada camiseta. En el primer mes de escuela, 10 osos, 15 bolsos y 50 camisetas se vendieron en la librería de la escuela. Durante el mismo periodo, los miembros del club vendieron 50 osos, 20 bolsos y 100 camisetas en los partidos.
 1. Escribe y etiqueta matrices para la información dada del proyecto del Club Booster de la escuela secundaria Central.
 - a. La matriz A contiene la información dada sobre el tiempo necesario para completar cada artículo en cada estación.
 - b. Los elementos en la matriz A son cantidades, números con unidades. Describe las unidades representadas por esos elementos. ¿Qué te dice el elemento b_{32} ?
 - c. Escribe una matriz B para mostrar el número de osos, bolsos, y camisetas que fueron hechas en cada una de las reuniones. O escoge y etiqueta un elemento específico de la matriz. ¿Qué te dice el elemento?
 - d. Escribe una matriz C que contenga información sobre los artículos que se vendieron en la librería y en los partidos.
 - e. Deje que la matriz E muestre los precios de venta de los tres artículos.
 2. Se les llama matrices cuadradas cuando el número de la fila es igual al número de la columna. Una matriz con solo una fila o una sola columna se llama matriz de fila o matriz de columna. ¿Son algunas de estas matrices de la pregunta #1 matrices cuadradas, de fila o de columna? Si es así, identifícalas.

(Fuente: http://hhsmath.weebly.com/uploads/5/1/4/3/5143182/ccgps_math_iii_unit_1_aps_teacher_edition.v4.pdf)

Las matemáticas como arte

- Se trata de un proyecto individual en que los estudiantes crean una imagen de su predilección en una red de coordenadas y luego usan matrices para transformar su imagen original. Los estudiantes pueden deslizar, rotar, reflejar, agrandar o reducir el tamaño de su imagen (ver anejo: “9.6 Tarea de desempeño – Las matemáticas como arte”). Después de que hayan completado el proyecto, las piezas de arte matemático pueden exhibirse en el salón. Si el tiempo lo permite, pídele a la mitad de la clase que se dé la vuelta para ver las piezas y le dé una sugerencia a cada estudiante sobre cómo



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

transformar su arte. Después de que hayan tenido la oportunidad de darle una sugerencia a la mitad de la clase contigua a su proyecto, intercámbialos (que los estudiantes que dieron sugerencias se paren junto a su pieza y la presenten).

- Evalúa la comprensión que tienen los estudiantes de las transformaciones y el vocabulario correspondiente dándote la vuelta por el salón y escuchando sus presentaciones y sugerencias.
- Evalúa el trabajo de los estudiantes usando la rúbrica de tarea de desempeño (ver anejo: “Organizador - Rúbrica de tarea de desempeño”).



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

Matriz vs. hoja de cálculo

- Los estudiantes crean una matriz de las estadísticas de las victorias y las pérdidas así como también el número de goles anotados y los goles en contra de sus equipos favoritos de fútbol.
- ¿Cuáles son las dimensiones de la matriz?
- Crea una hoja de cálculos usando un programa de computadora como Excel donde el nombre del equipo está en la columna A, las victorias en la columna B, las pérdidas en la columna C, los goles anotados en la columna D, y los goles en contra en la columna E.
- Compara y contrasta cómo los datos están organizados en la hoja de cálculo y en una matriz.

(Fuente: <http://www.augusta.k12.va.us/cms/lib01/VA01000173/Centricity/Domain/766/chap04.pdf>)

Agregando al inventario

- Se le dará al inventario de estudiantes por lo menos dos conjuntos de datos de dos diferentes tiendas/almacenes y se les pedirá que consigan el total de cada producto. Ellos compararán las respuestas con las personas que tienen la misma gráfica de datos. Después serán puestos en parejas con alguien que tenga un gráfico de datos diferente y se les pedirá nuevamente que encuentren el total de cada producto. Por último los estudiantes sacarán conclusiones en cómo construir una matriz, por qué se construye de esa manera, y cómo se usa en la vida real. (Fuente: <http://www.jefftwp.org/curriculum/High%20School/Mathematics/Algebra%20I.pdf>)



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de la lección

Introducción a las matrices

- Lee el párrafo de abajo y use una tabla para organizar la información relacionada con el costo de materiales al por mayor para los artículos del club.
- Con el fin de recaudar dinero para la escuela, el Club Booster de la escuela secundaria Central ofreció artículos preparados por los miembros para la venta en la tienda de la escuela y en los partidos. Vendieron ositos de peluche vestidos con los colores de la escuela, bolsos, y camisetas decoradas con las insignias de la escuela. Se compraron todos estos artículos al por mayor y se cortaron, cosieron y pintaron las decoraciones que estaban pegados a los artículos en tres diferentes estaciones por los padres de los miembros del club. El costo al por mayor de los osos de peluche fue de \$4.00, cada bolso costo \$3.50 y cada camiseta \$3.25. Los materiales para la decoración costaron \$1.25, para los osos, \$0.90 para los bolsos y \$1.05 para las camisetas.
- Actividad: Permita que varios estudiantes compartan sus tablas que han desarrollado para la tarea de desempeño con el fin de organizar los datos. Asegúrese de escoger estudiantes que haya organizado la información de manera diferente. (e.g., Los estudiantes que representaron los costos usando filas y artículos con columnas (2x3) versus aquellos que filas para representar artículos y columnas para representar costos. (3x2)).
- Los estudiantes deben darse cuenta que es apropiado organizar los datos como una selección 2 x3 o como 3x2. Debe poner énfasis en la importancia de etiquetar las filas y las columnas y prestar atención a esas etiquetas. Use las tablas de los estudiantes para introducir vocabulario y notaciones incluidos en la tarea previa al artículo 1. La discusión debe enfocarse en los siguientes términos y símbolos: selección, filas, columnas, matriz, matrices, dimensiones, elementos, cantidades, [m x n].
- (Fuente: http://hsmath.weebly.com/uploads/5/1/4/3/5143182/ccgps_math_iii_unit_1_aps_teacher_edition.v4.pdf)

Encuesta de datos

- Los estudiantes aprenden cómo las matrices pueden ser usadas para mostrar e interpretar datos en varias carreras. Los estudiantes organizarán los datos de una lista usando matrices. Materiales que se necesitan: un conjunto de datos de varias fuentes, una calculadora para cada estudiante. Opcional: computadoras con acceso al internet.
- Pre-actividades: como tarea antes de la lección, los estudiantes necesitarán encontrar los gráficos que contienen conjuntos de datos con los que se van a trabajar.
- Sugerencias incluidas:
 - Llaves de distancia de leyenda en mapas de carreteras.
 - Datos de pronóstico del tiempo del periódico.
 - Listas de libros de estudios sociales.
 - Listas de libros de ciencias.
 - Récorde de victorias y pérdidas
 - Tarjetas de béisbol
 - Menú de precios y platillos de restaurantes.
 - Datos nutricionales de los restaurantes de comida rápida.
- Actividades:



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

1. Los estudiantes habrán traído copias de los gráficos de varias fuentes de datos previos a la lección. Pregúntele a los estudiantes donde encontraron las piezas de datos. (5 minutos)
2. Pregúntele a los estudiantes que tipo de trabajos necesita gráficos similares a los que trajeron de casa. (5 minutos)
3. Pídale a los estudiantes que organicen los datos en una matriz con filas y columnas de manera que pueda ser usada efectivamente para encontrar información. Los estudiantes deben etiquetar cada fila y columna de manera que cada elemento pueda ser identificado fácilmente. Tiene la opción de dejar que los estudiantes trabajen en grupos. (25 minutos)
4. Pida a los estudiantes (o grupos) que presenten sus matrices a la clase. (2-3 minutos por grupo).
5. Como clase, piensen sobre carreras que puedan usar matrices en su trabajo.

(Fuente: <http://www.learnnc.org/lp/editions/careerstart-grade8/5725>)

Lista de abastecimiento

- Los estudiantes podrán determinar y mantener un inventario adecuado en la tienda de la escuela. Crearán y agregarán matrices y balancearán las finanzas de la tienda.
- Introduce la lección. Hoy vamos a hablar de cómo se mantiene un inventario consistente en la tienda de nuestra escuela.

PREGUNTA: ¿Que es un inventario?

PREGUNTA: ¿Por qué es importante para una tienda tener control sobre la cantidad y el valor de la mercancía?

PREGUNTA: ¿Cómo puedes saber el valor de los productos?

PREGUNTA: ¿Cuándo tienes que abastecer el depósito?

PREGUNTA: ¿Qué es la lista de abastecimiento y cuál es su utilidad?

PREGUNTA: ¿qué es un producto básico?

PREGUNTA: ¿Cuáles son los productos que deben incluirse en la lista de abastecimiento? evalúe el conocimiento matemático del estudiante y como lo relaciona con la lección.

- Se les dará a los estudiantes una lista básica de abastecimiento. (Haga copias y distribuya la hoja de cálculo). Se les requerirá que cuenten el inventario actual de la tienda y escribir las cantidades en la lista. También pueden usar los datos proporcionados en la página 2 de la lista. Ellos pueden usar la información de página 2 en la lista si no puede contar el inventario actual. Puede hacer eso en grupos o individualmente.

PREGUNTA: ¿Que es un matriz?

RESPUESTA: Un arreglo rectangular de numeros en paréntesis. Se llama por los números de las líneas (horizontales) y las columnas (verticales).

Ejemplo de un 2 x 3 matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Ejemplo de un 2 x 2 matriz:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

DICE: Usan las matrices a organizar información. Puede sumar y restar matrices por sumando o restando los números en las mismas posiciones. El resultado será una matriz con las mismas dimensiones.

Presenta los ejemplos:



Unidad 9.7: Matrices
Matemáticas
3 semanas de instrucción

Sumando matrices:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+1 & 3+6 \\ 4+2 & 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Resta de matrices:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-0 & 2-1 \\ 5-3 & 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

NOTA: Solamente puede sumar y restar matrices cuando las matrices tienen el mismo número de filas y columnas.

DICE: Puede usar una matriz para organizar el inventario de una tienda de escuela. Aquí es un ejemplo: Tiene 4 gorras rojas, 2 gorras azules, 1 imán rojo, y 3 imanes azules en la tienda. Crea una matriz para representar:

	Rojo	Azul
Gorros	4	2
Imanes	1	3

Respuesta:

(Fuente: <http://njmathincte.wikispaces.com/file/view/LESSON+%235+-+SCHOOL+STORE+INVENTORY.docx>)